1°/ * on a : $BM = CN$ donc il existe un unique déplacement R tel que $R(M) = N$ et $R(B) = C$ et comme $(\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{CN}) \equiv (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})\ (2\pi) \equiv \frac{\pi}{2}\ (2\pi)$

Alors R est une rotation d'angle dont une mesure est $\frac{\pi}{2}$

* Soit Ω le centre de R.

on a : $R(B) = C$ donc $\Omega B = \Omega C$ et $(\overrightarrow{\Omega B}, \overrightarrow{\Omega C}) \equiv \frac{\pi}{2}\ (2\pi)$ ce qui entraîne que le triangle ΩBC est isocèle rectangle en Ω et de sens direct, d'où la construction de Ω.

2°/ a) * $f(B) = S_{(O\Omega)} \circ R(B) = S_{(O\Omega)}(C) = B$

car la droite $(O\Omega)$ est la médiatrice de $[BC]$.

* $f(\Omega) = S_{(O\Omega)} \circ R(\Omega) = S_{(O\Omega)}(\Omega) = \Omega$

b) f est la composée d'un déplacement et d'un antidéplacement donc c'est un antidéplacement, d'autre par f possède deux points invariants :

Ω et B donc f est une symétrie orthogonale d'axe (ΩB).

3°/ a) Soit $M \in (AB); N = R(M) \Leftrightarrow \begin{cases} \Omega M = \Omega N \\ (\overrightarrow{\Omega M}, \overrightarrow{\Omega N}) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi) \end{cases}$ donc le triangle ΩMN est isocèle rectangle en Ω .

Or $I = M * N$ alors $\Omega M = \sqrt{2} IM$ et $(\overrightarrow{\Omega M}, \overrightarrow{\Omega I}) \equiv \frac{\pi}{4}\ (2\pi)$ d'où

$$\begin{cases} \frac{\Omega I}{\Omega M} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ (\overrightarrow{\Omega M}, \overrightarrow{\Omega I}) \equiv \frac{\pi}{4}(2\pi) \end{cases}$$

Soit s la similitude de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{4}$ il vient alors $s(M) = I$